

# 長方形板の計算システム

Ver3.0

適用基準

- 「級数解法」(理論解析)
  - ・ 構造力学公式集 (土木学会発行/S61.6)
  - ・ 板とシェルの理論 (チモシェンコ・ヴォアノフスキー・リーガー共著/長谷川節 訳)
- 「有限要素法解析」参考文献
  - ・ マトリックス構造解析法 (J.L. ミーク著, 奥村敏恵, 西野文雄, 西岡隆訳/S50.8)
  - ・ 薄板構造解析 (川井忠彦, 川島矩郎, 三本木茂夫/培風館S48.6)
  - ・ 平板の曲げ理論 (栖原次郎/培風館 S47.9)

## 出力例

- ① コンクリート板の級数解法による計算例
- ② コンクリート板の有限要素法による計算書

開発・販売元

(株)SIP システム お問い合わせ先 : 大阪事務所 (技術サービス)

〒542-0081 大阪府大阪市中央区南船場 1-18-24-501

TEL : 06-6125-2232 FAX : 06-6125-2233

<http://www.sipc.co.jp>      [mail@sipc.co.jp](mailto:mail@sipc.co.jp)

## 目 次

1	設計条件	2
1.1	解析方法	2
1.2	寸法および支持条件	2
1.3	使用材料	2
1.4	荷重	3
2	計算式	4
2.1	記号説明	4
2.2	たわみ $w$	4
2.3	曲げモーメント $M_x$	4
2.4	曲げモーメント $M_y$	4
2.5	せん断力 $Q_x$	4
2.6	せん断力 $Q_y$	4
3	最大たわみおよび最大断面力	6
4	板各部のたわみおよび断面力	7
4.1	たわみ $w$	7
4.2	曲げモーメント $M_x$	8
4.3	曲げモーメント $M_y$	9
4.4	せん断力 $Q_x$	10
4.5	せん断力 $Q_y$	11
5	断面設計	12
5.1	計算式	12
5.1.1	曲げ応力度	12
5.1.2	せん断応力度	13
5.2	曲げ応力度の計算	14
5.2.1	曲げ応力度一覧表	14
5.2.2	$M_x$ 最大断面	15
5.2.3	$M_y$ 最大断面	16
5.3	せん断応力度の計算	17
5.3.1	せん断応力度一覧表	17
5.3.2	$Q_x$ 最大断面	17
5.3.3	$Q_x$ 最小断面	17
5.3.4	$Q_y$ 最大断面	18
5.3.5	$Q_y$ 最小断面	18

# 1 設計条件

## 1.1 解析方法

級数解

## 1.2 寸法および支持条件

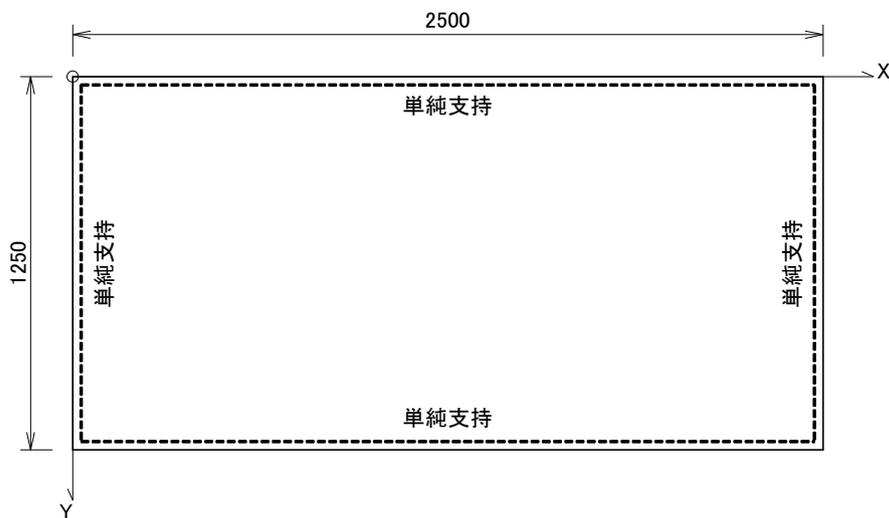


図-1 構造寸法

厚さ 0.3000 (m)

## 1.3 使用材料

使用材料 : コンクリート  $\sigma_{ck}=21$  (N/mm<sup>2</sup>)  
ヤング係数 : 23500 (N/mm<sup>2</sup>)  
ポアソン比 : 0.167

## 1.4 荷重

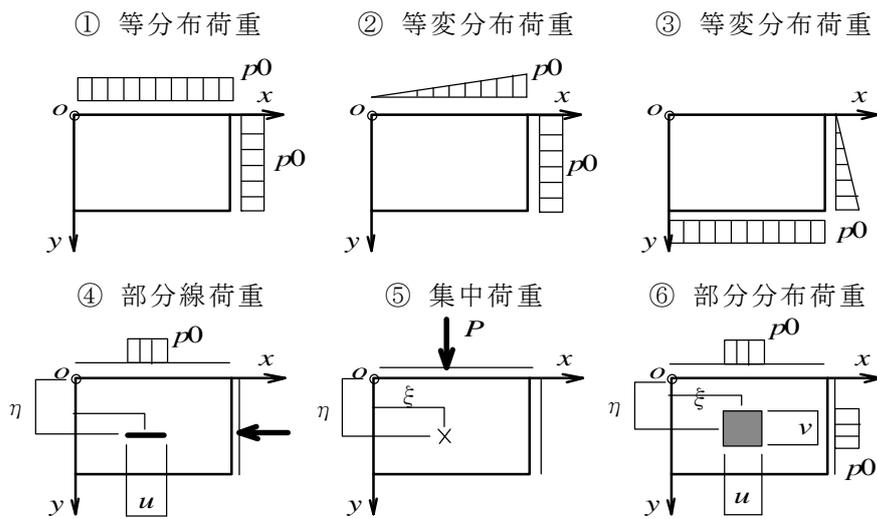


図-2 構造寸法

	荷重	$p_0$ (kN, kN/mm <sup>2</sup> )	$u$ (m)	$v$ (m)	$\eta$ (m)	$\xi$ (m)
1	①等分布荷重	7.350				
2	②等変分布荷重(x)	28.600				
3	⑥部分分布荷重	5.000	1.250	1.125	0.500	0.200

## 2 計算式

### 2.1 記号説明

D : 板の曲げ剛性 (kN/m)

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \times (1 - \nu^2)} = \frac{23500000 \times 0.300^3}{12 \times (1 - 0.167^2)} = 54385.71 \text{ (kN/m)}$$

E : ヤング係数 23500000 (kN/mm<sup>2</sup>)

h : 板厚 0.300 (m)

$\nu$  : ポアソン比 0.167

$$\alpha_m = m \cdot \pi / a, \quad \beta_n = n \cdot \pi / b, \quad \lambda = b/a$$

### 2.2 たわみ w

$$w = \frac{a^4 \lambda^4}{D \pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{mn}}{(\lambda^2 m^2 + n^2)^2} \cdot \sin \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} (A_m \cdot \cosh \alpha_m y + B_m \alpha_m y \cdot \sinh \alpha_m y + C_m \cdot \sinh \alpha_m y + D_m \alpha_m y \cdot \cosh \alpha_m y) \cdot \sinh \alpha_m x$$

### 2.3 曲げモーメント M<sub>x</sub>

$$M_x = \frac{a^2 \lambda^2}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda^2 m^2 + \nu n^2) a_{mn}}{(\lambda^2 m^2 + n^2)^2} \cdot \sin \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y + \frac{D \pi^2}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \{ m^2 [(1 - \nu) A_m - 2 \nu B_m] \cosh \alpha_m y$$

$$+ m^2 [(1 - \nu) C_m - 2 \nu D_m] \cdot \sinh \alpha_m y + m^2 (1 - \nu) B_m \alpha_m y \cdot \sinh \alpha_m y$$

$$+ m^2 (1 - \nu) D_m \alpha_m y \cdot \cosh \alpha_m y \} \cdot \sin \alpha_m x$$

### 2.4 曲げモーメント M<sub>y</sub>

$$M_y = \frac{a^2 \lambda^2}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\nu \lambda^2 m^2 + n^2) a_{mn}}{(\lambda^2 m^2 + n^2)^2} \cdot \sin \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y - \frac{D \pi^2}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \{ m^2 [(1 - \nu) A_m + 2 B_m] \cosh \alpha_m y$$

$$+ m^2 [(1 - \nu) C_m + 2 D_m] \cdot \sinh \alpha_m y + m^2 (1 - \nu) B_m \alpha_m y \cdot \sinh \alpha_m y$$

$$+ m^2 (1 - \nu) D_m \alpha_m y \cdot \cosh \alpha_m y \} \cdot \sin \alpha_m x$$

### 2.5 せん断力 Q<sub>x</sub>

$$Q_x = \frac{a \lambda^2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m \cdot a_{mn}}{\lambda^2 m^2 + n^2} \cdot \cos \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y - \frac{\pi^3 D}{a^3} \sum_{m=1}^{\infty} [2 m^3 B_m \cdot \cosh \alpha_m y + 2 m^3 D_m \cdot \sinh \alpha_m y] \cdot \cos \alpha_m x$$

### 2.6 せん断力 Q<sub>y</sub>

$$Q_y = \frac{a \lambda}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot a_{mn}}{\lambda^2 m^2 + n^2} \cdot \sin \alpha_m x \cdot \cos \beta_n y - \frac{\pi^3 D}{a^3} \sum_{m=1}^{\infty} [2 m^3 B_m \cdot \sinh \alpha_m y + 2 m^3 D_m \cdot \cosh \alpha_m y] \cdot \sin \alpha_m x$$

ここで、

$$a_{mn} = \frac{8p_0}{\pi b m n} \cdot \sin \frac{m\pi u}{2a} \cdot \sin \frac{m\pi \xi}{a} \cdot \sin \frac{n\pi \eta}{b}, \quad m=1,2,3,\dots, n=1,2,3,\dots$$

$a_{mn}$  : 荷重に対する複正弦級数展開係数

等分布荷重

$$a_{mn} = \frac{16p_0}{\pi^2 m n}, \quad m=1,3,5,\dots, n=1,3,5,\dots$$

等変分布荷重

$$a_{mn} = \frac{8p_0}{\pi^2 m n} (-1)^{m-1}, \quad m=1,2,3,\dots, n=1,3,5,\dots$$

等変分布荷重

$$a_{mn} = \frac{8p_0}{\pi^2 m n} (-1)^{n-1}, \quad m=1,3,5,\dots, n=1,2,3,\dots$$

部分線荷重

$$a_{mn} = \frac{8p_0}{\pi b m n} \cdot \sin \frac{m\pi u}{2a} \cdot \sin \frac{m\pi \xi}{a} \cdot \sin \frac{n\pi \eta}{b}, \quad m=1,2,3,\dots, n=1,2,3,\dots$$

集中荷重

$$a_{mn} = \frac{4P}{ab} \cdot \sin \frac{m\pi \xi}{a} \cdot \sin \frac{n\pi \eta}{b}, \quad m=1,2,3,\dots, n=1,2,3,\dots$$

部分分布荷重

$$a_{mn} = \frac{16p_0}{\pi^2 m n} \cdot \sin \frac{m\pi u}{2a} \cdot \sin \frac{m\pi \xi}{a} \cdot \sin \frac{n\pi v}{2b} \cdot \sin \frac{n\pi \eta}{b}, \quad m=1,2,3,\dots, n=1,2,3,\dots$$

### 3 最大たわみおよび最大断面力

		たわみ 断面力	位 置	
			x (m)	y (m)
最大たわみ W	(mm)	0.011	1.484	0.625
最大曲げモーメント M <sub>x</sub>	(kNm)	1.808	1.973	0.625
	(kNm)	0.000	0.000	0.000
最大曲げモーメント M <sub>y</sub>	(kNm)	3.617	1.509	0.625
	(kNm)	0.000	0.000	0.000
最大せん断力 Q <sub>x</sub>	(kN)	5.667	0.000	0.625
	(kN)	-13.757	2.500	0.625
最大せん断力 Q <sub>y</sub>	(kN)	14.443	1.812	0.000
	(kN)	-14.443	1.812	1.250

## 4 板各部のたわみおよび断面力

### 4.1 たわみ $w$

(単位 : mm)

		x (m)								
		0.000	0.313	0.625	0.938	1.250	1.563	1.875	2.188	2.500
y (m)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0.156	0.000	0.001	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004	0.002	0.000
	0.313	0.000	0.003	0.005	0.006	0.007	0.007	0.007	0.004	0.000
	0.469	0.000	0.003	0.006	0.008	0.009	0.010	0.009	0.005	0.000
	0.625	0.000	0.004	0.007	0.009	0.010	0.010	0.009	0.006	0.000
	0.781	0.000	0.003	0.006	0.008	0.009	0.010	0.009	0.005	0.000
	0.938	0.000	0.003	0.005	0.006	0.007	0.007	0.007	0.004	0.000
	1.094	0.000	0.001	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004	0.002	0.000
	1.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

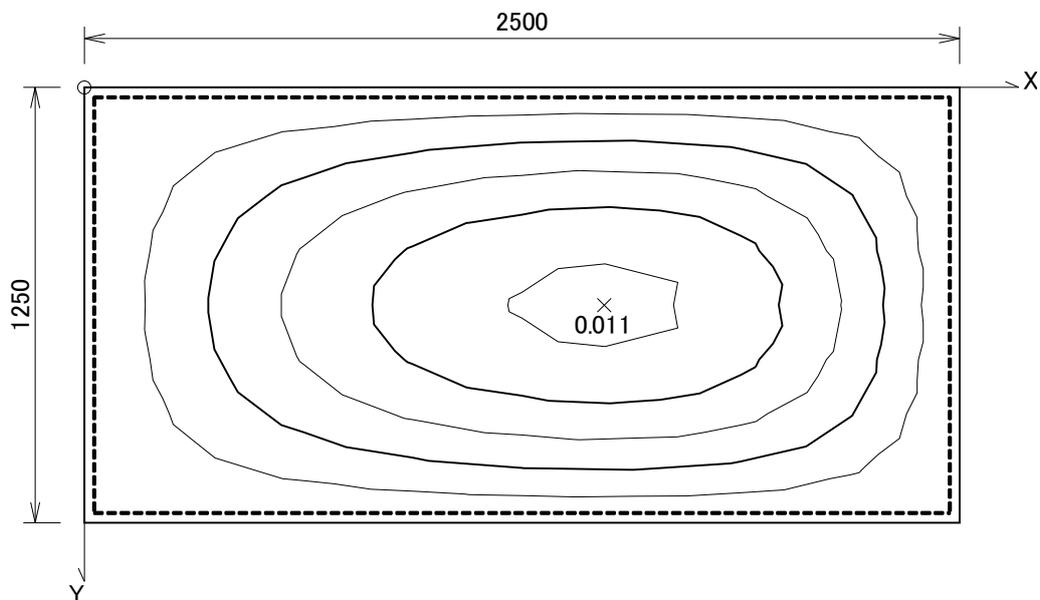


図-3 たわみ図

## 4.2 曲げモーメント $M_x$

(単位 : kNm/m)

		x (m)								
		0.000	0.313	0.625	0.938	1.250	1.563	1.875	2.188	2.500
y (m)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0.156	0.000	0.234	0.345	0.391	0.472	0.602	0.744	0.701	0.000
	0.313	0.000	0.406	0.606	0.689	0.832	1.064	1.311	1.210	0.000
	0.469	0.000	0.510	0.767	0.875	1.058	1.355	1.663	1.511	0.000
	0.625	0.000	0.545	0.821	0.939	1.135	1.454	1.782	1.611	0.000
	0.781	0.000	0.510	0.767	0.875	1.058	1.355	1.663	1.511	0.000
	0.938	0.000	0.406	0.606	0.689	0.832	1.064	1.311	1.210	0.000
	1.094	0.000	0.234	0.345	0.391	0.472	0.602	0.744	0.701	0.000
	1.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

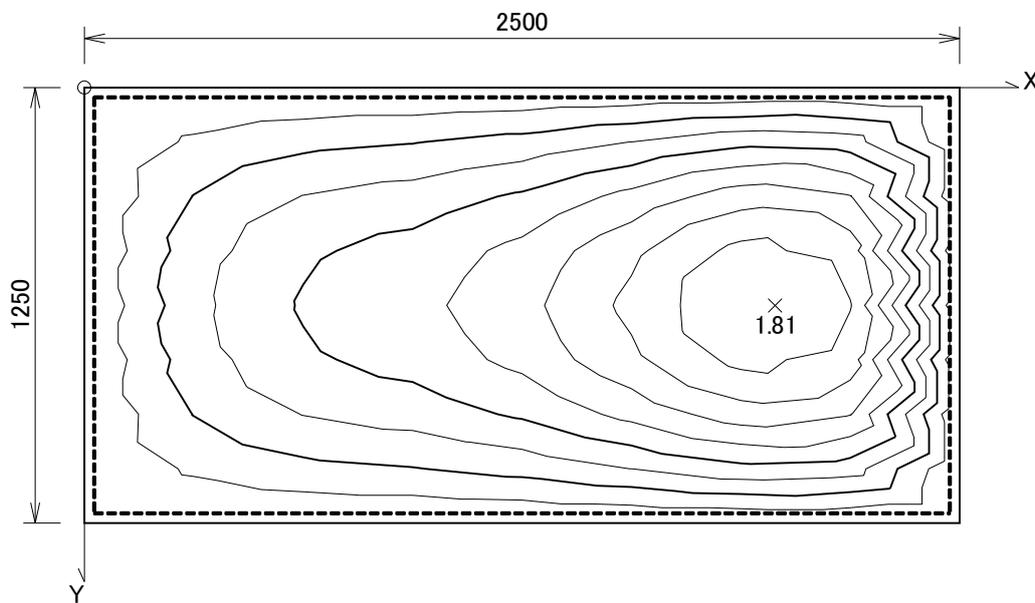


図-4 曲げモーメント  $M_x$ 図

### 4.3 曲げモーメント My

(単位 : kNm/m)

		x (m)								
		0.000	0.313	0.625	0.938	1.250	1.563	1.875	2.188	2.500
y (m)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0.156	0.000	0.581	1.026	1.344	1.561	1.654	1.540	1.062	0.000
	0.313	0.000	0.959	1.728	2.276	2.638	2.767	2.519	1.650	0.000
	0.469	0.000	1.173	2.130	2.821	3.266	3.404	3.052	1.947	0.000
	0.625	0.000	1.241	2.261	3.000	3.472	3.610	3.222	2.038	0.000
	0.781	0.000	1.173	2.130	2.821	3.266	3.404	3.052	1.947	0.000
	0.938	0.000	0.959	1.728	2.276	2.638	2.767	2.519	1.650	0.000
	1.094	0.000	0.581	1.026	1.344	1.561	1.654	1.540	1.062	0.000
	1.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

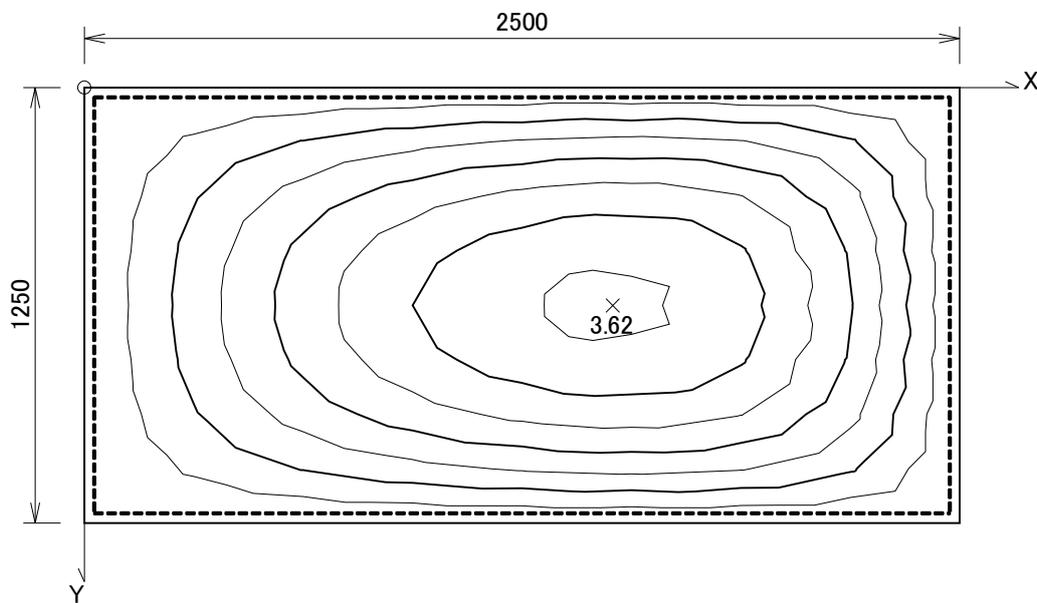


図-5 曲げモーメント My図

#### 4.4 せん断力 $Q_x$

(単位 : kN/m)

		x (m)								
		0.000	0.313	0.625	0.938	1.250	1.563	1.875	2.188	2.500
y (m)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0.156	2.802	1.811	1.217	0.853	0.757	0.479	-0.522	-2.643	-7.570
	0.313	4.450	3.134	2.128	1.479	1.252	0.712	-1.056	-4.684	-11.290
	0.469	5.370	3.920	2.686	1.865	1.535	0.804	-1.442	-5.919	-13.174
	0.625	5.667	4.180	2.873	1.996	1.627	0.826	-1.581	-6.327	-13.757
	0.781	5.370	3.920	2.686	1.865	1.535	0.804	-1.442	-5.919	-13.174
	0.938	4.450	3.134	2.128	1.479	1.252	0.712	-1.056	-4.684	-11.290
	1.094	2.802	1.811	1.217	0.853	0.757	0.479	-0.522	-2.643	-7.570
	1.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

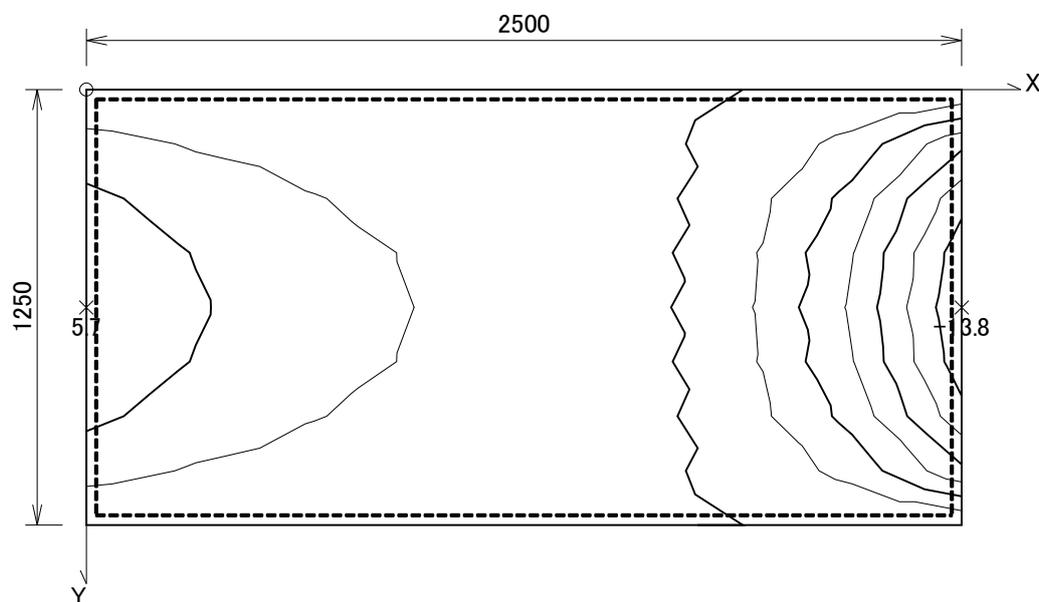


図-6 せん断力  $Q_x$ 図

#### 4.5 せん断力 $Q_y$

(単位 : kN/m)

		x (m)								
		0.000	0.313	0.625	0.938	1.250	1.563	1.875	2.188	2.500
y (m)	0.000	0.000	5.148	8.473	10.688	12.542	14.004	14.353	11.515	0.000
	0.156	0.000	3.723	6.418	8.154	9.535	10.511	10.472	7.695	0.000
	0.313	0.000	2.357	4.159	5.370	6.272	6.835	6.598	4.539	0.000
	0.469	0.000	1.137	2.034	2.653	3.099	3.349	3.166	2.095	0.000
	0.625	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0.781	0.000	-1.137	-2.034	-2.653	-3.099	-3.349	-3.166	-2.095	0.000
	0.938	0.000	-2.357	-4.159	-5.370	-6.272	-6.835	-6.598	-4.539	0.000
	1.094	0.000	-3.723	-6.418	-8.154	-9.535	-10.511	-10.472	-7.695	0.000
	1.250	0.000	-5.148	-8.473	-10.688	-12.542	-14.004	-14.353	-11.515	0.000

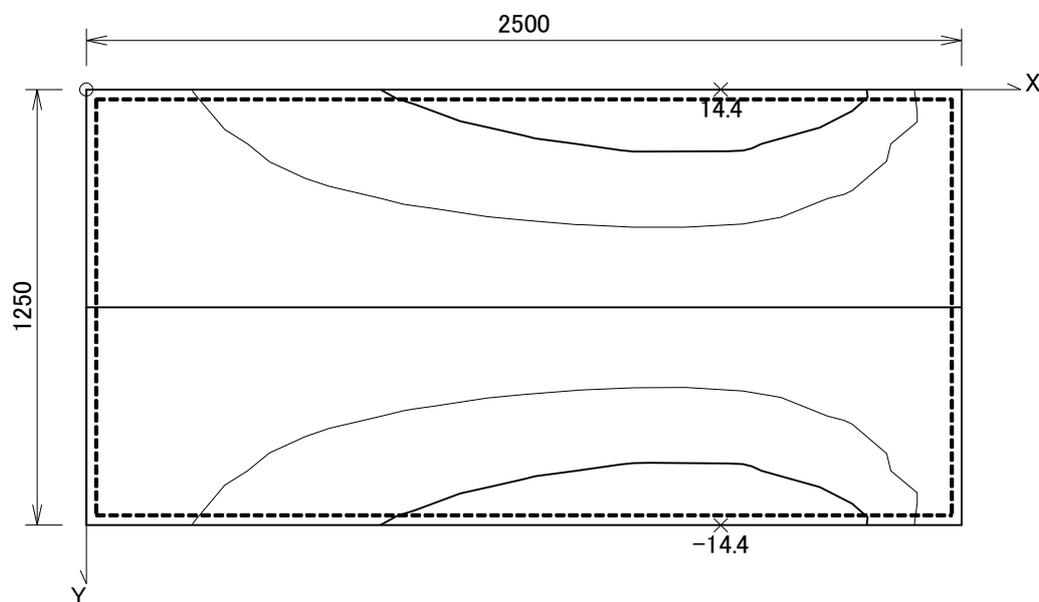


図-7 せん断力  $Q_y$ 図

## 5 断面設計

### 5.1 計算式

#### 5.1.1 曲げ応力度

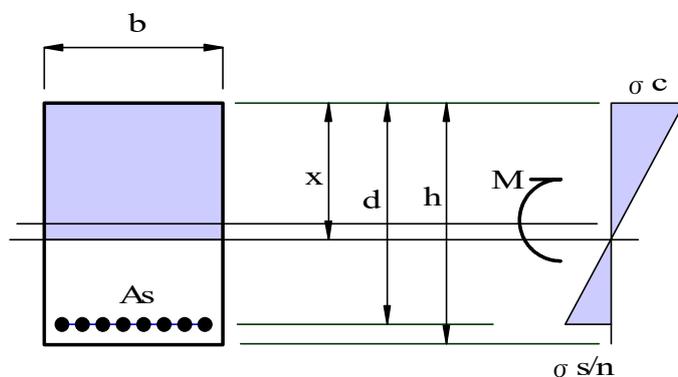


図-8 曲げモーメントが作用する単鉄筋RC断面の応力度

曲げモーメントのみが作用する単鉄筋RC断面の応力度は次式によって求める(図-8参照)。

$$k = \sqrt{2np + (np)^2} - np$$

$$x = k \cdot d$$

$$\sigma_c = \frac{2M}{b \cdot x \cdot (d - x/3)}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot (d - x/3)}$$

- ここで、 $\sigma_c$ : コンクリートの圧縮応力度 (N/mm<sup>2</sup>)  
 $\sigma_s$ : 鉄筋の引張応力度 (N/mm<sup>2</sup>)  
 $x$ : 圧縮縁から中立軸までの距離 (mm)  
 $M$ : 断面に作用する曲げモーメント (N・mm)  
 $b$ : 断面の幅 (mm)  
 $d$ : 有効高。圧縮縁から引張鉄筋図心までの距離 (mm)  
 $A_s$ : 引張鉄筋の断面積 (mm<sup>2</sup>)  
 $n$ : コンクリートと鉄筋のヤング係数比  $n=15$ とする。

### 5.1.2 せん断応力度

RC断面に生じるせん断応力度は次式によって求める。

$$\tau_m = \frac{S}{b \cdot d} \leq \tau_{a1}$$

ここで、 $\tau_m$ ：平均せん断応力度 (N/mm<sup>2</sup>)

S：設計せん断力 (N)

b：部材幅 (mm)

d：部材の有効高さ (mm)

$\tau_{a1}$ ：コンクリートのみでせん断力を負担する場合の許容せん断応力度 (N/mm<sup>2</sup>)

## 5.2 曲げ応力度の計算

### 5.2.1 曲げ応力度一覧表

			X方向		Y方向	
			$M_{max}$	$M_{min}$	$M_{max}$	$M_{min}$
引 張 側			下面側	上面側	下面側	上面側
位 置	X	(m)	1.973	0.000	1.509	0.000
	Y	(m)	0.625	0.000	0.625	0.000
曲げモーメント	M	(kNm)	1.808		3.617	
部材幅	B	(m)	1.000	1.000	1.000	1.000
部材高	H	(m)	0.300	0.300	0.300	0.300
有効高	d	(m)	0.230	0.230	0.230	0.230
ヤング係数比	n		15.0	15.0	15.0	15.0
必要鉄筋量	$A_{sreq}$	( $mm^2$ )	45.8		92.6	
鉄筋量	$A_s$	(mm <sup>2</sup> )	D10-ctc250	D10-ctc250	D10-ctc250	D10-ctc250
			285.32	285.32	285.32	285.32
引張鉄筋比	$n_p$		0.019	0.019	0.019	0.019
中立軸比	k		0.175		0.175	
中立軸	x	(m)	40.296		40.296	
圧縮応力度	$\sigma_c$	( $N/mm^2$ )	0.41		0.83	
許容曲げ圧縮応力度	$\sigma_{ca}$	( $N/mm^2$ )	7.00	7.00	7.00	7.00
鉄筋引張応力度	$\sigma_s$	( $N/mm^2$ )	29.3		58.5	
許容引張応力度	$\sigma_{sa}$	( $N/mm^2$ )	176.0	176.0	176.0	176.0
判 定			OK	OK	OK	OK

### 5.2.2 Mx最大断面

断面力および断面寸法

M: 曲げモーメント	1.808×10 <sup>6</sup> (Nmm)
b: 部材幅	1000.0 (mm)
d: 有効高	230.0 (mm)
A <sub>s</sub> : 引張鉄筋量	285.32 (mm <sup>2</sup> ) (D10-ctc250)

$$np = 15 \times \frac{285.32}{1000.0 \times 230.0} = 0.0186$$

圧縮縁から中立軸までの距離 x

$$k = \sqrt{2np + (np)^2} - np$$

$$= \sqrt{2 \times 0.0186 + 0.0186^2} - 0.0186 = 0.175$$

$$x = k \cdot d = 0.175 \times 230.0 = 40.3 \text{ (mm)}$$

コンクリートの圧縮応力度  $\sigma_c$

$$\sigma_c = \frac{2M}{b \cdot x \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{2 \times 1.808 \times 10^6}{1000.0 \times 40.3 \times (230.0 - 40.3/3)}$$

$$= 0.41 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{ca} = 7.00 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

鉄筋の引張応力度  $\sigma_s$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{1.808 \times 10^6}{285.3 \times (230.0 - 40.3/3)}$$

$$= 29.3 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{sa} = 176.0 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

### 5.2.3 My最大断面

断面力および断面寸法

M: 曲げモーメント	3.617×10 <sup>6</sup> (Nmm)
b: 部材幅	1000.0 (mm)
d: 有効高	230.0 (mm)
A <sub>s</sub> : 引張鉄筋量	285.32 (mm <sup>2</sup> ) (D10-ctc250)

$$np = 15 \times \frac{285.32}{1000.0 \times 230.0} = 0.0186$$

圧縮縁から中立軸までの距離 x

$$k = \sqrt{2np + (np)^2} - np$$

$$= \sqrt{2 \times 0.0186 + 0.0186^2} - 0.0186 = 0.175$$

$$x = k \cdot d = 0.175 \times 230.0 = 40.3 \text{ (mm)}$$

コンクリートの圧縮応力度  $\sigma_c$

$$\sigma_c = \frac{2M}{b \cdot x \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{2 \times 3.617 \times 10^6}{1000.0 \times 40.3 \times (230.0 - 40.3/3)}$$

$$= 0.83 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{ca} = 7.00 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

鉄筋の引張応力度  $\sigma_s$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{3.617 \times 10^6}{285.3 \times (230.0 - 40.3/3)}$$

$$= 58.5 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{sa} = 176.0 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

### 5.3 せん断応力度の計算

#### 5.3.1 せん断応力度一覧表

			X方向		Y方向	
			Q <sub>max</sub>	Q <sub>min</sub>	Q <sub>max</sub>	Q <sub>min</sub>
位 置	X	(m)	0.000	2.500	1.812	1.812
	Y	(m)	0.625	0.625	0.000	1.250
曲げモーメント	M	(kNm)	0.000	0.000	0.000	0.000
せん断力	Q	(kN)	5.667	-13.757	14.443	-14.443
部材幅	B	(m)	1.000	1.000	1.000	1.000
部材高	H	(m)	0.300	0.300	0.300	0.300
有効高	d	(m)	0.230	0.230	0.230	0.230
平均せん断応力度	τ <sub>m</sub>	(N/mm <sup>2</sup> )	0.02	0.06	0.06	0.06
許容せん断応力度	τ <sub>a1</sub>	(N/mm <sup>2</sup> )	0.36	0.36	0.36	0.36
判 定			OK	OK	OK	OK

#### 5.3.2 Q<sub>x</sub>最大断面

断面力および断面寸法

$$\begin{aligned}
 S : \text{設計せん断力} & 5.667 \times 10^3 \text{ (N)} \\
 M : \text{曲げモーメント} & 0.000 \times 10^6 \text{ (Nmm)} \\
 b : \text{部材幅} & 1000.0 \text{ (mm)} \\
 d : \text{部材の有効高さ} & 230.0 \text{ (mm)}
 \end{aligned}$$

せん断応力度 τ<sub>m</sub>

$$\begin{aligned}
 \tau_m &= \frac{S}{b \cdot d} = \frac{5.667 \times 10^3}{1000.0 \times 230.0} \\
 &= 0.02 \text{ (N/mm}^2\text{)} < 0.36 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}
 \end{aligned}$$

#### 5.3.3 Q<sub>x</sub>最小断面

断面力および断面寸法

$$\begin{aligned}
 S : \text{設計せん断力} & -13.757 \times 10^3 \text{ (N)} \\
 M : \text{曲げモーメント} & 0.000 \times 10^6 \text{ (Nmm)} \\
 b : \text{部材幅} & 1000.0 \text{ (mm)} \\
 d : \text{部材の有効高さ} & 230.0 \text{ (mm)}
 \end{aligned}$$

せん断応力度 τ<sub>m</sub>

$$\begin{aligned}
 \tau_m &= \frac{S}{b \cdot d} = \frac{-13.757 \times 10^3}{1000.0 \times 230.0} \\
 &= 0.06 \text{ (N/mm}^2\text{)} < 0.36 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}
 \end{aligned}$$

#### 5.3.4 Qy最大断面

断面力および断面寸法

S : 設計せん断力	14.443 × 10 <sup>3</sup> (N)
M : 曲げモーメント	0.000 × 10 <sup>6</sup> (Nmm)
b : 部材幅	1000.0 (mm)
d : 部材の有効高さ	230.0 (mm)

せん断応力度  $\tau_m$

$$\tau_m = \frac{S}{b \cdot d} = \frac{14.443 \times 10^3}{1000.0 \times 230.0}$$
$$= 0.06 \text{ (N/mm}^2\text{)} < 0.36 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

#### 5.3.5 Qy最小断面

断面力および断面寸法

S : 設計せん断力	-14.443 × 10 <sup>3</sup> (N)
M : 曲げモーメント	0.000 × 10 <sup>6</sup> (Nmm)
b : 部材幅	1000.0 (mm)
d : 部材の有効高さ	230.0 (mm)

せん断応力度  $\tau_m$

$$\tau_m = \frac{S}{b \cdot d} = \frac{-14.443 \times 10^3}{1000.0 \times 230.0}$$
$$= 0.06 \text{ (N/mm}^2\text{)} < 0.36 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

## 目 次

1	設計条件	2
1.1	解析方法	2
1.2	寸法および支持条件	2
1.3	使用材料	2
1.4	荷重	3
2	有限要素法	4
2.1	要素分割	4
2.2	計算式	4
3	最大たわみおよび最大断面力	6
4	板各部のたわみおよび断面力	7
4.1	たわみ $w$	7
4.2	曲げモーメント $M_x$	8
4.3	曲げモーメント $M_y$	9
5	断面設計	10
5.1	計算式	10
5.1.1	曲げ応力度	10
5.1.2	せん断応力度	11
5.2	曲げ応力度の計算	12
5.2.1	曲げ応力度一覧表	12
5.2.2	$M_x$ 最大断面	13
5.2.3	$M_x$ 最小断面	14
5.2.4	$M_y$ 最大断面	15
5.2.5	$M_y$ 最小断面	16

# 1 設計条件

## 1.1 解析方法

有限要素法

## 1.2 寸法および支持条件

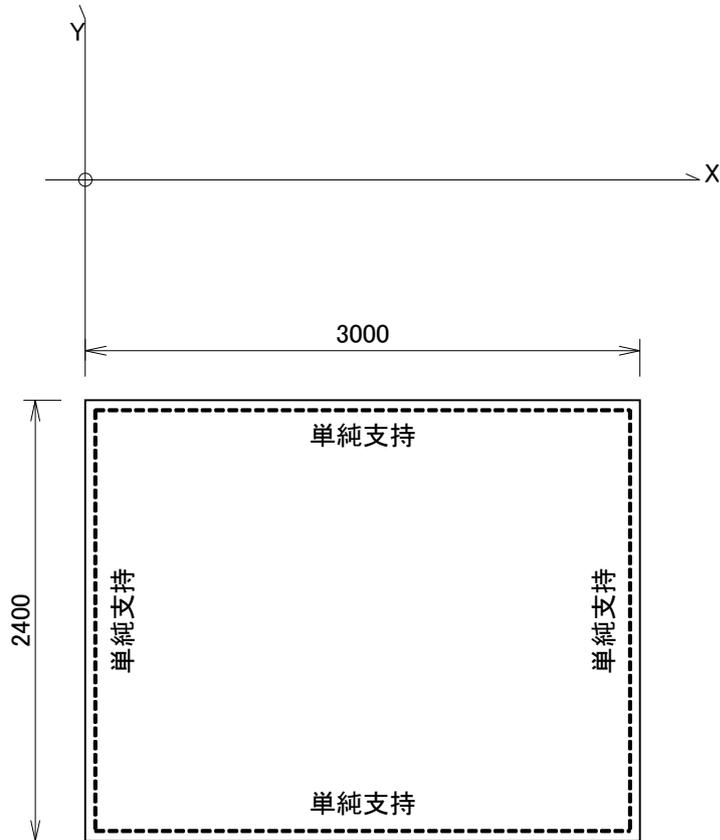


図-1 構造寸法

厚さ 0.3000 (m)

## 1.3 使用材料

使用材料 : コンクリート  $\sigma_{ck}=24$  (N/mm<sup>2</sup>)

ヤング係数 : 25000 (N/mm<sup>2</sup>)

ポアソン比 : 0.167

## 1.4 荷重

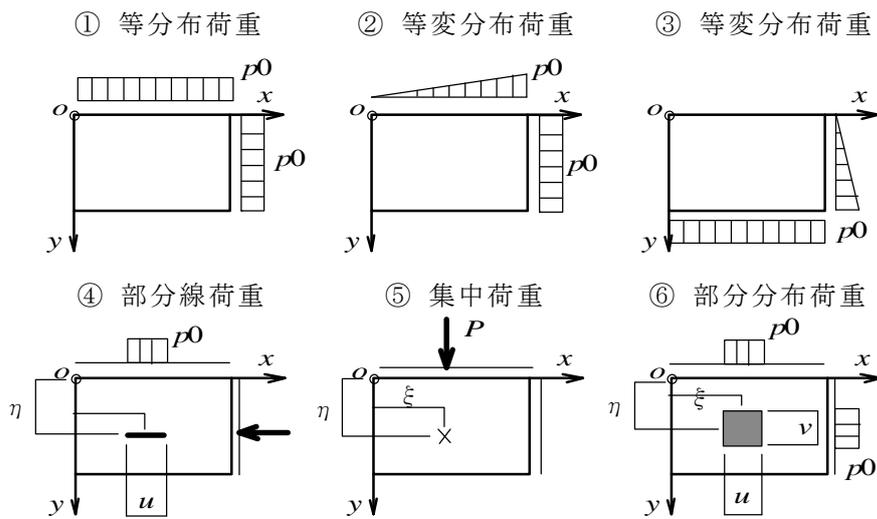


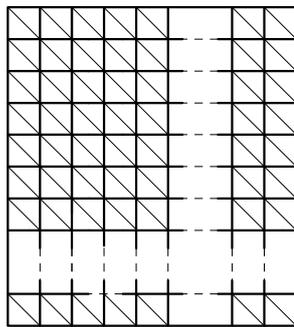
図-2 構造寸法

	荷重	$p_0$ (kN, kN/mm <sup>2</sup> )	$u$ (m)	$v$ (m)	$\eta$ (m)	$\xi$ (m)
1	①等分布荷重	23.000				
2	⑤集中荷重	6.800	----	----	1.200	1.500

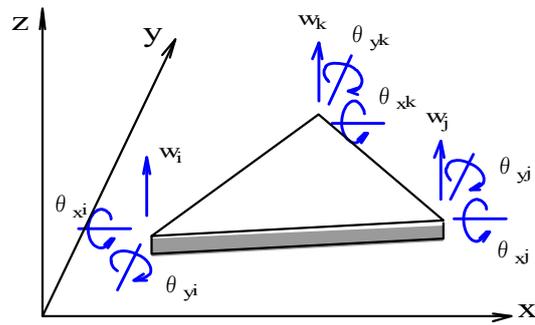
## 2 有限要素法

### 2.1 要素分割

板を(a)図のように多数の三角形要素に分割する。各要素は(b)図のようなものである。



(a) 要素分割



(b) 三角形板曲げ要素

### 2.2 計算式

各節点に作用する荷重と節点変位の関係を(1)式のように整理し、これを解いて節点変位を求める。

$$\begin{Bmatrix} F_{zi} \\ M_{xi} \\ M_{yi} \\ F_{zj} \\ M_{xj} \\ M_{yj} \\ F_{zk} \\ M_{xk} \\ M_{yk} \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ w_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ w_k \\ \theta_{xk} \\ \theta_{yk} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}^T \cdot \boldsymbol{\beta}^T \cdot \boldsymbol{\alpha}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{T} \cdot \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ w_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ w_k \\ \theta_{xk} \\ \theta_{yk} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(1)$$

(1)式で使用するP,  $\beta$ ,  $\alpha$ およびTの各マトリックスは要素ごとに式(2)~(5)で求める。

$$\mathbf{P} = \frac{Et^3 A}{144(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 2\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \nu & 2\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & \nu & \nu & 2\nu & 0 & 0 & 0 \\ \hline 2\nu & \nu & \nu & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 2\nu & \nu & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 2\nu & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\nu & \frac{1-\nu}{2} & \frac{1-\nu}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 1-\nu & \frac{1-\nu}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & \frac{1-\nu}{2} & 1-\nu \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} b_j & a_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_k & -a_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_k & a_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b_i & -a_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_i & a_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b_j & -a_j \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\alpha = \frac{1}{4A^2} \begin{bmatrix} b_k(4b_i + b_j) & b_j(4b_i + b_k) & b_j(2b_j + b_k) \\ b_i b_k & b_i(2b_i + b_k) & b_i(4b_j + b_k) \\ b_i(2b_i + b_j) & b_i b_j & b_j b_i \\ a_k(4a_i + a_j) & a_j(4a_i + a_k) & a_j(2a_j + a_k) \\ a_i a_k & a_i(2a_i + a_k) & a_i(4a_j + a_k) \\ a_i(2a_i + a_j) & a_i a_j & a_j a_i \\ a_k(4b_i + b_j) + b_k(4a_i + a_j) & a_j(4b_i + b_k) + b_j(4a_i + a_k) & b_k b_j + b_j(4a_j + a_k) \\ b_i a_k + b_k a_i & a_i(4b_i + b_k) + b_i a_k & a_i(4b_j + b_k) + b_i(4a_j + a_k) \\ a_i(2b_i + b_j) + b_i a_j & b_i a_j + b_j a_i & b_j a_i + b_i a_j \\ b_i b_k & b_k b_j & b_k(2b_k + b_j) \\ b_k(4b_j + b_i) & b_k(2b_k + b_i) & b_k b_i \\ b_j(2b_j + b_i) & b_j(4b_k + b_i) & b_i(4b_k + b_j) \\ a_j a_k & a_k a_j & a_k(2a_k + a_j) \\ a_k(4a_j + a_i) & a_k(2a_k + a_i) & a_k a_i \\ a_j(2a_j + a_i) & a_j(4a_k + a_i) & a_j(4a_k + a_j) \\ b_j a_k + b_k a_i & 4b_k a_j + b_j a_k & a_k(4b_k + b_j) + b_k a_j \\ a_k(4b_j + b_i) + b_k(4a_j + a_i) & b_k(4a_k + a_i) + b_j a_k & b_k a_i + b_j a_k \\ a_j(4b_j + b_i) + b_j a_i & a_j(4b_k + b_i) + b_j(4a_k + a_i) & a_i(4b_k + b_j) + b_i(4a_k + a_j) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} -a_i & 2A & 0 & -a_j & 0 & 0 & -a_k & 0 & 0 \\ b_i & 0 & 2A & b_j & 0 & 0 & b_k & 0 & 0 \\ -a_i & 0 & 0 & -a_j & 2A & 0 & -a_k & 0 & 0 \\ b_i & 0 & 0 & b_j & 0 & 2A & b_k & 0 & 0 \\ -a_i & 0 & 0 & -a_j & 0 & 0 & -a_k & 2A & 0 \\ b_i & 0 & 0 & b_j & 0 & 0 & b_k & 0 & 2A \end{bmatrix} \dots\dots\dots(5)$$

ここで、A : 要素の面積

E : ヤング係数 25000000 (kN/m<sup>2</sup>)

t : 要素の厚さ 0.300 (m)

ν : ポアソン比 0.167

$$a_i = x_k - x_j, \quad a_j = x_i - x_k, \quad a_k = x_j - x_i$$

$$b_i = y_j - y_k, \quad b_j = y_k - y_i, \quad b_k = y_i - y_j$$

### 3 最大たわみおよび最大断面力

		たわみ 断面力	位 置	
			x (m)	y (m)
最大たわみ W	(mm)	0.089	0.000	0.000
最大曲げモーメント M <sub>x</sub>	(kNm)	8.716	0.000	0.000
	(kNm)	-0.062	-0.063	-1.200
最大曲げモーメント M <sub>y</sub>	(kNm)	11.673	0.000	0.000
	(kNm)	-0.072	-1.500	-0.050

#### 4 板各部のたわみおよび断面力

##### 4.1 たわみ $w$

(単位 : mm)

		x (m)								
		0.000	0.375	0.750	1.125	1.500	1.875	2.250	2.625	3.000
y (m)	-1.200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	-0.900	0.000	0.014	0.025	0.032	0.034	0.032	0.025	0.014	0.000
	-0.600	0.000	0.025	0.046	0.059	0.063	0.059	0.046	0.025	0.000
	-0.300	0.000	0.033	0.059	0.076	0.082	0.076	0.059	0.033	0.000
	0.000	0.000	0.035	0.064	0.082	0.089	0.082	0.064	0.035	0.000
	0.300	0.000	0.033	0.059	0.076	0.082	0.076	0.059	0.033	0.000
	0.600	0.000	0.025	0.046	0.059	0.063	0.059	0.046	0.025	0.000
	0.900	0.000	0.014	0.025	0.032	0.034	0.032	0.025	0.014	0.000
	1.200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

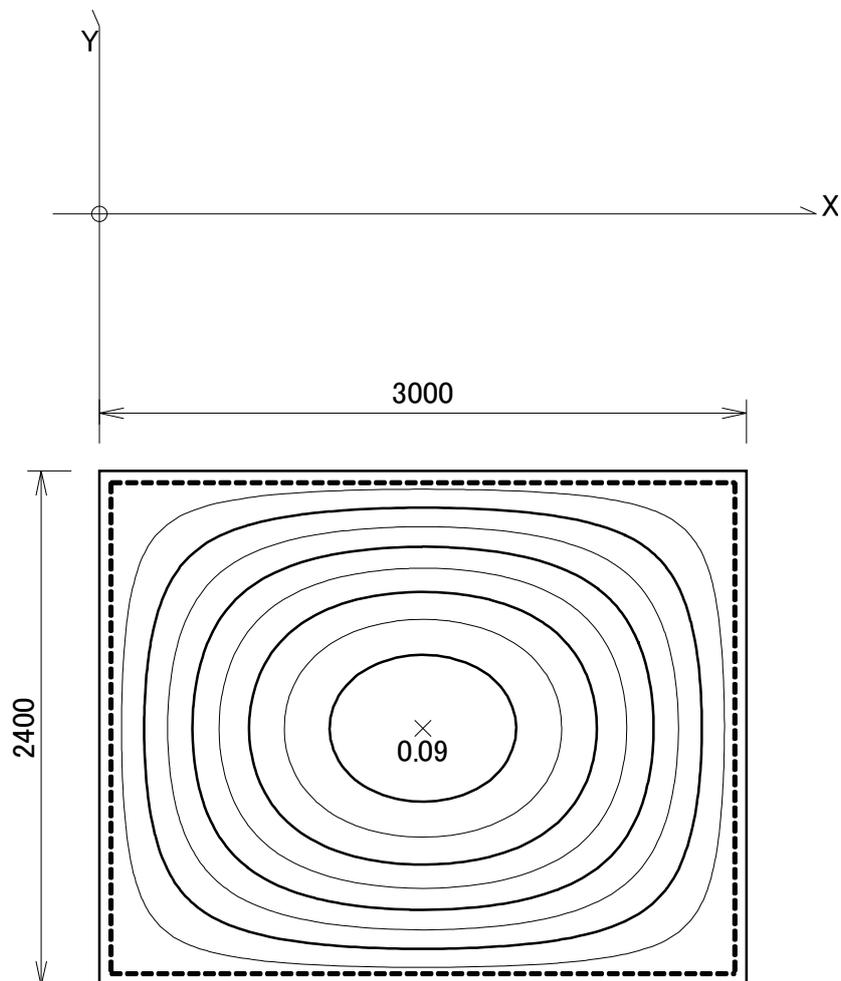


図-3 たわみ図

## 4.2 曲げモーメント $M_x$

(単位 : kNm/m)

		x (m)								
		0.000	0.375	0.750	1.125	1.500	1.875	2.250	2.625	3.000
y (m)	-1.200	0.000	-0.033	-0.051	-0.060	-0.062	-0.058	-0.046	-0.025	0.000
	-0.900	0.000	1.592	2.204	2.507	2.622	2.509	2.209	1.599	0.000
	-0.600	0.000	2.683	3.856	4.476	4.757	4.477	3.861	2.685	0.000
	-0.300	0.000	3.298	4.843	5.717	6.374	5.722	4.846	3.299	0.000
	0.000	0.000	3.496	5.162	6.087	8.716	6.087	5.162	3.496	0.000
	0.300	0.000	3.299	4.846	5.722	6.374	5.717	4.843	3.298	0.000
	0.600	0.000	2.685	3.861	4.477	4.757	4.476	3.856	2.683	0.000
	0.900	0.000	1.599	2.209	2.509	2.622	2.507	2.204	1.592	0.000
	1.200	0.000	-0.025	-0.046	-0.058	-0.062	-0.060	-0.051	-0.033	0.000

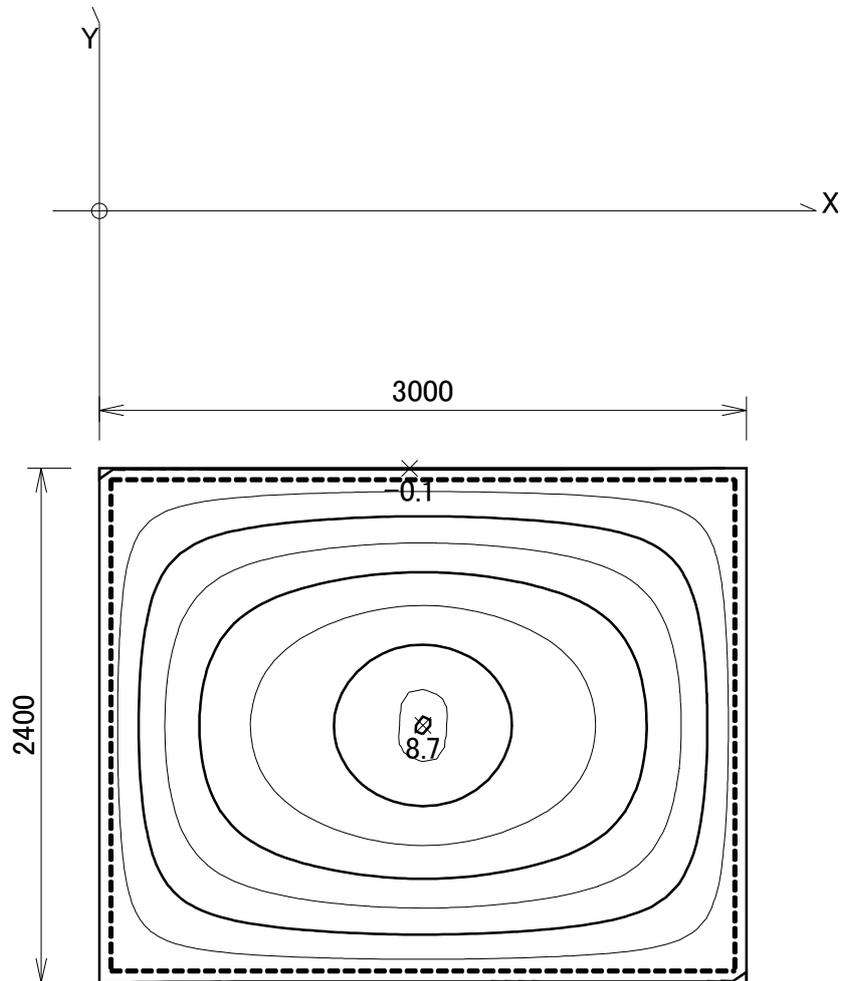


図-4 曲げモーメント  $M_x$ 図

### 4.3 曲げモーメント $M_y$

(単位 : kNm/m)

		x (m)								
		0.000	0.375	0.750	1.125	1.500	1.875	2.250	2.625	3.000
y (m)	-1.200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	-0.900	-0.042	1.995	3.284	3.989	4.205	3.991	3.289	2.003	-0.033
	-0.600	-0.061	3.034	5.234	6.513	6.898	6.516	5.238	3.039	-0.055
	-0.300	-0.070	3.576	6.323	8.081	8.617	8.085	6.325	3.579	-0.067
	0.000	-0.072	3.751	6.694	8.775	11.673	8.775	6.694	3.751	-0.072
	0.300	-0.067	3.579	6.325	8.085	8.617	8.081	6.323	3.576	-0.070
	0.600	-0.055	3.039	5.238	6.516	6.898	6.513	5.234	3.034	-0.061
	0.900	-0.033	2.003	3.289	3.991	4.205	3.989	3.284	1.995	-0.042
	1.200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

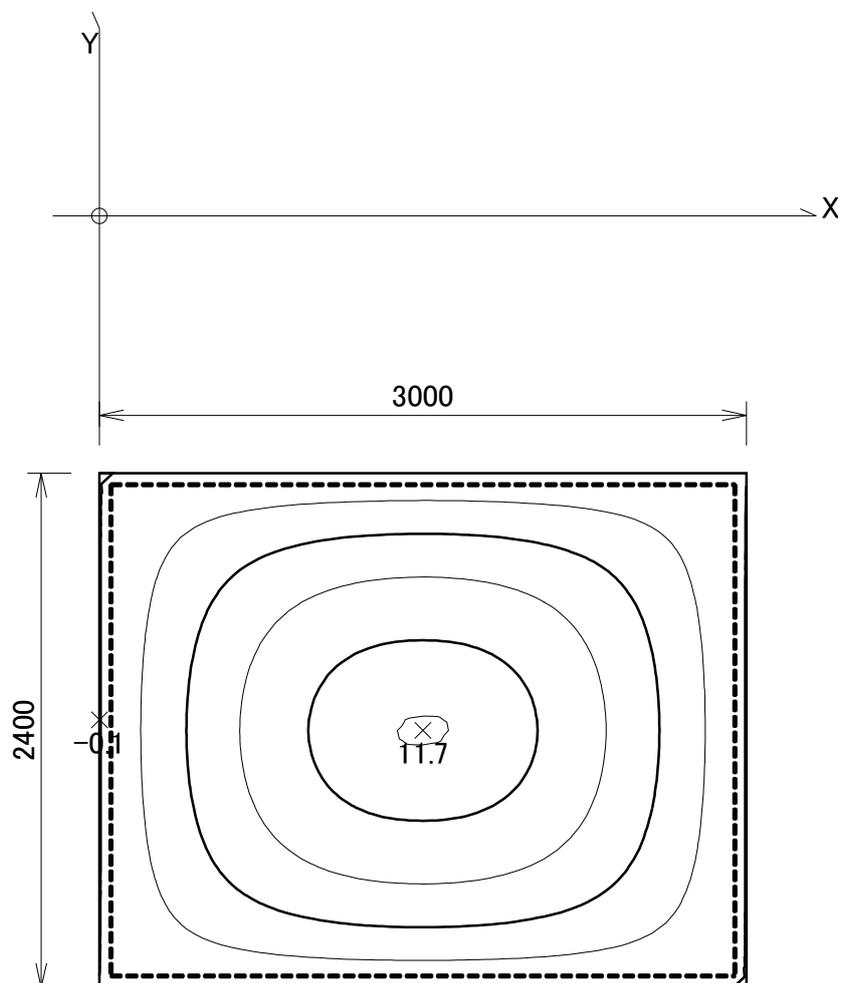


図-5 曲げモーメント  $M_y$ 図

## 5 断面設計

### 5.1 計算式

#### 5.1.1 曲げ応力度

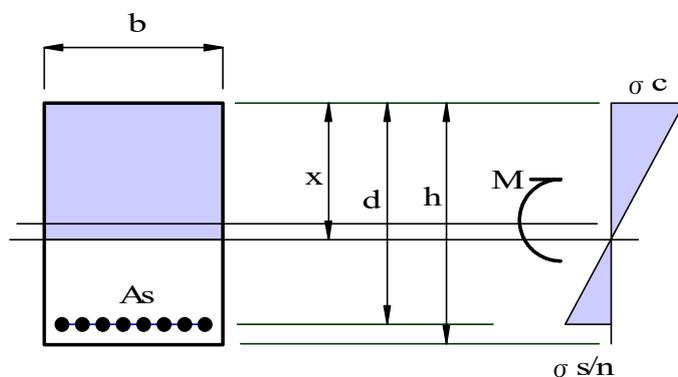


図-6 曲げモーメントが作用する単鉄筋RC断面の応力度

曲げモーメントのみが作用する単鉄筋RC断面の応力度は次式によって求める(図-6参照)。

$$k = \sqrt{2np + (np)^2} - np$$

$$x = k \cdot d$$

$$\sigma_c = \frac{2M}{b \cdot x \cdot (d - x/3)}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot (d - x/3)}$$

- ここで、 $\sigma_c$ : コンクリートの圧縮応力度 (N/mm<sup>2</sup>)  
 $\sigma_s$ : 鉄筋の引張応力度 (N/mm<sup>2</sup>)  
 $x$ : 圧縮縁から中立軸までの距離 (mm)  
 $M$ : 断面に作用する曲げモーメント (N・mm)  
 $b$ : 断面の幅 (mm)  
 $d$ : 有効高。圧縮縁から引張鉄筋図心までの距離 (mm)  
 $A_s$ : 引張鉄筋の断面積 (mm<sup>2</sup>)  
 $n$ : コンクリートと鉄筋のヤング係数比  $n=15$ とする。

### 5.1.2 せん断応力度

RC断面に生じるせん断応力度は次式によって求める。

$$\tau_m = \frac{S}{b \cdot d} \leq \tau_{a1}$$

ここで、 $\tau_m$ ：平均せん断応力度 (N/mm<sup>2</sup>)

S：設計せん断力 (N)

b：部材幅 (mm)

d：部材の有効高さ (mm)

$\tau_{a1}$ ：コンクリートのみでせん断力を負担する場合の許容せん断応力度 (N/mm<sup>2</sup>)

## 5.2 曲げ応力度の計算

### 5.2.1 曲げ応力度一覧表

			X方向		Y方向	
			M <sub>max</sub>	M <sub>min</sub>	M <sub>max</sub>	M <sub>min</sub>
引張側			下面側	上面側	下面側	上面側
位置	X	(m)	1.500	1.438	1.500	0.000
	Y	(m)	1.200	0.000	1.200	1.150
曲げモーメント	M	(kNm)	8.716	-0.062	11.673	-0.072
部材幅	B	(m)	1.000	1.000	1.000	1.000
部材高	H	(m)	0.300	0.300	0.300	0.300
有効高	d	(m)	0.240	0.240	0.240	0.240
ヤング係数比	n		15.0	15.0	15.0	15.0
必要鉄筋量	A <sub>sreq</sub>	(mm <sup>2</sup> )	217.6	1.5	293.9	1.7
鉄筋量	A <sub>s</sub>	(mm <sup>2</sup> )	D13-ctc250	D13-ctc250	D13-ctc250	D13-ctc250
			506.80	506.80	506.80	506.80
引張鉄筋比	np		0.032	0.032	0.032	0.032
中立軸比	k		0.222	0.222	0.222	0.222
中立軸	x	(m)	53.281	53.281	53.281	53.281
圧縮応力度	σ <sub>c</sub>	(N/mm <sup>2</sup> )	1.47	0.01	1.97	0.01
許容曲げ圧縮応力度	σ <sub>ca</sub>	(N/mm <sup>2</sup> )	8.00	8.00	8.00	8.00
鉄筋引張応力度	σ <sub>s</sub>	(N/mm <sup>2</sup> )	77.4	0.6	103.6	0.6
許容引張応力度	σ <sub>sa</sub>	(N/mm <sup>2</sup> )	176.0	176.0	176.0	176.0
判定			OK	OK	OK	OK

### 5.2.2 Mx最大断面

断面力および断面寸法

M: 曲げモーメント	8.716×10 <sup>6</sup> (Nmm)
b: 部材幅	1000.0 (mm)
d: 有効高	240.0 (mm)
A <sub>s</sub> : 引張鉄筋量	506.80 (mm <sup>2</sup> ) (D13-ctc250)

$$np = 15 \times \frac{506.80}{1000.0 \times 240.0} = 0.0317$$

圧縮縁から中立軸までの距離 x

$$k = \sqrt{2np + (np)^2} - np$$

$$= \sqrt{2 \times 0.0317 + 0.0317^2} - 0.0317 = 0.222$$

$$x = k \cdot d = 0.222 \times 240.0 = 53.3 \text{ (mm)}$$

コンクリートの圧縮応力度  $\sigma_c$

$$\sigma_c = \frac{2M}{b \cdot x \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{2 \times 8.716 \times 10^6}{1000.0 \times 53.3 \times (240.0 - 53.3/3)}$$

$$= 1.47 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{ca} = 8.00 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

鉄筋の引張応力度  $\sigma_s$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{8.716 \times 10^6}{506.8 \times (240.0 - 53.3/3)}$$

$$= 77.4 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{sa} = 176.0 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

### 5.2.3 Mx最小断面

断面力および断面寸法

M: 曲げモーメント	0.062×10 <sup>6</sup> (Nmm)
b: 部材幅	1000.0 (mm)
d: 有効高	240.0 (mm)
A <sub>s</sub> : 引張鉄筋量	506.80 (mm <sup>2</sup> ) (D13-ctc250)

$$np = 15 \times \frac{506.80}{1000.0 \times 240.0} = 0.0317$$

圧縮縁から中立軸までの距離 x

$$k = \sqrt{2np + (np)^2} - np$$

$$= \sqrt{2 \times 0.0317 + 0.0317^2} - 0.0317 = 0.222$$

$$x = k \cdot d = 0.222 \times 240.0 = 53.3 \text{ (mm)}$$

コンクリートの圧縮応力度  $\sigma_c$

$$\sigma_c = \frac{2M}{b \cdot x \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{2 \times -0.062 \times 10^6}{1000.0 \times 53.3 \times (240.0 - 53.3/3)}$$

$$= 0.01 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{ca} = 8.00 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

鉄筋の引張応力度  $\sigma_s$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{-0.062 \times 10^6}{506.8 \times (240.0 - 53.3/3)}$$

$$= 0.6 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{sa} = 176.0 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

#### 5.2.4 My最大断面

断面力および断面寸法

M: 曲げモーメント	11.673×10 <sup>6</sup> (Nmm)
b: 部材幅	1000.0 (mm)
d: 有効高	240.0 (mm)
A <sub>s</sub> : 引張鉄筋量	506.80 (mm <sup>2</sup> ) (D13-ctc250)

$$np = 15 \times \frac{506.80}{1000.0 \times 240.0} = 0.0317$$

圧縮縁から中立軸までの距離 x

$$k = \sqrt{2np + (np)^2} - np$$

$$= \sqrt{2 \times 0.0317 + 0.0317^2} - 0.0317 = 0.222$$

$$x = k \cdot d = 0.222 \times 240.0 = 53.3 \text{ (mm)}$$

コンクリートの圧縮応力度  $\sigma_c$

$$\sigma_c = \frac{2M}{b \cdot x \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{2 \times 11.673 \times 10^6}{1000.0 \times 53.3 \times (240.0 - 53.3/3)}$$

$$= 1.97 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{ca} = 8.00 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

鉄筋の引張応力度  $\sigma_s$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{11.673 \times 10^6}{506.8 \times (240.0 - 53.3/3)}$$

$$= 103.6 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{sa} = 176.0 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

### 5.2.5 My最小断面

断面力および断面寸法

M: 曲げモーメント	0.072×10 <sup>6</sup> (Nmm)
b: 部材幅	1000.0 (mm)
d: 有効高	240.0 (mm)
A <sub>s</sub> : 引張鉄筋量	506.80 (mm <sup>2</sup> ) (D13-ctc250)

$$np = 15 \times \frac{506.80}{1000.0 \times 240.0} = 0.0317$$

圧縮縁から中立軸までの距離 x

$$k = \sqrt{2np + (np)^2} - np$$

$$= \sqrt{2 \times 0.0317 + 0.0317^2} - 0.0317 = 0.222$$

$$x = k \cdot d = 0.222 \times 240.0 = 53.3 \text{ (mm)}$$

コンクリートの圧縮応力度  $\sigma_c$

$$\sigma_c = \frac{2M}{b \cdot x \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{2 \times -0.072 \times 10^6}{1000.0 \times 53.3 \times (240.0 - 53.3/3)}$$

$$= 0.01 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{ca} = 8.00 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$

鉄筋の引張応力度  $\sigma_s$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot (d - x/3)}$$

$$= \frac{-0.072 \times 10^6}{506.8 \times (240.0 - 53.3/3)}$$

$$= 0.6 \text{ (N/mm}^2\text{)} < \sigma_{sa} = 176.0 \text{ (N/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{(OK)}$$